Zadanie 1

Mając w punkcie A prędkość V_A, ciało porusza się po poziomym odcinku AB o długości l w czasie t_1 Współczynnik tarcia posuwistego ciał po płaszczyźnie jest równy f.

Ciało opuszcza płaszczyznę w punkcie B z prędkością V_B i osiąga w punkcie C prędkość V_C, przebywając w powietrzu T s.

Dane:

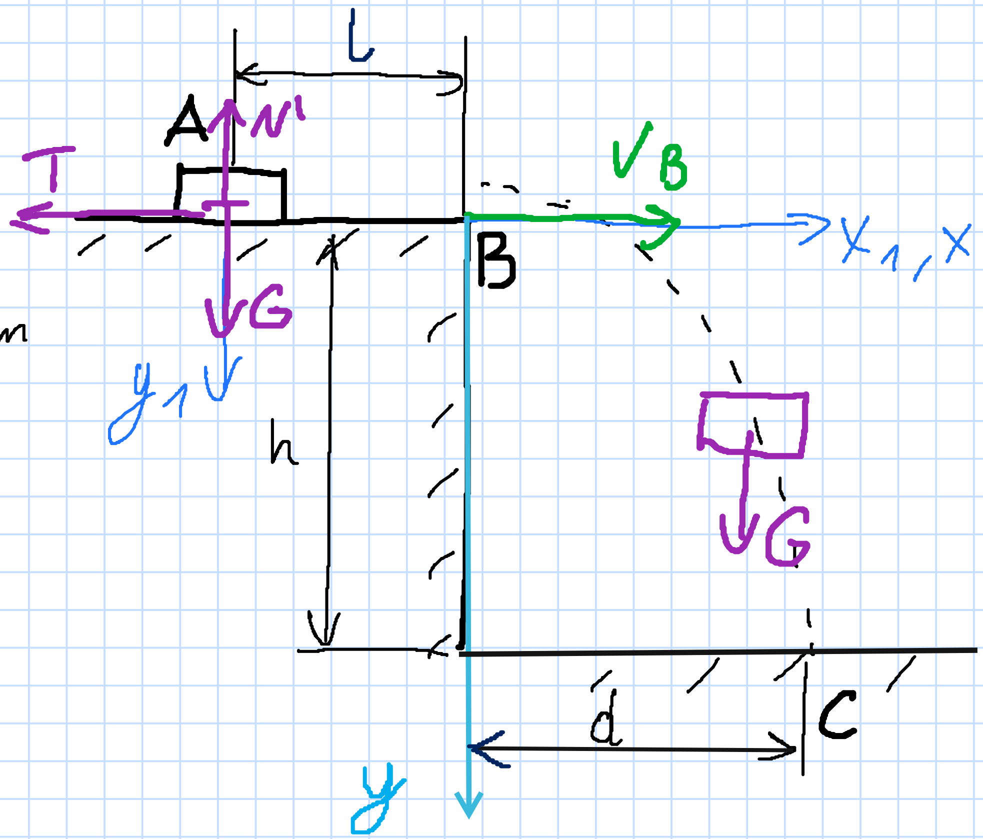
$V_A = 7$ m/s

$l = 8$ m ; $h = 20$ m

$f = 0{,}2$

Szukane

V_c , d



1 krok

Obieramy układ współrzędnych dla 1 i 2 fazy ruchy

2 krok

Identyfikujemy i zaznaczmy na rysunku siły działające na obiekt.

3 krok

Zapisujemy równanie dynamiki ruchu po płaszczyźnie (pamiętając że zwrot rzutu siły zgodny z ze zwrotem osi uwzględniamy ze znakiem „+", natomiast przeciwny zwrot ze znakiem „-").

$$m\, a_{x_1} = \sum F_{ix}$$

$$m\, \ddot{x}_1 = -T$$

$$T = f \cdot N'$$

$$m\, a_{y_1} = \sum F_{iy_1}$$

$$0 = G - N'$$

$$N' = G = m \cdot g$$

$$m\ddot{x}_1 = -f \cdot g \cdot m$$

$$\ddot{x}_1 = -f \cdot g \quad / \int dt$$

$$\dot{x}_1 = -f \cdot g \cdot t + C_1 \quad / \int dt$$

$$x_1 = -fg\frac{t^2}{2} + C_1 \cdot t + C_2$$

dla $t_0 = 0 \qquad x_1(0) = 0 \quad , \quad \dot{x}_1(0) = V_A$

Zwrot zgodny ze zwrotem osi x_1

$$V_A = -fg \cdot 0 + C_1 \longrightarrow C_1 = +V_A$$

$$0 = -fg\frac{0^2}{2} + C_1 \cdot 0 + C_2 \longrightarrow C_2 = 0$$

$$\dot{x}_1 = -fgt + V_A$$

$$x_1 = -fg\frac{t^2}{2} + V_A \cdot t$$

4 krok

Wyznaczenie prędkości w punkcie B. Znane jest równanie ruchu dla osi x1, znane jest $l = x_1(t_1)$, na tej podstawie wyznaczany jest czas przejścia z punktu A do B a następnie prędkość V_B

$$|AB| = l = x_1^B(t_1)$$

$$l = -fg\frac{t_1^2}{2} + V_A \cdot t_1$$

$$+fg\frac{t_1^2}{2} - V_A \cdot t_1 + l = 0$$

$$\Delta = V_A^2 - 4\frac{fg}{2} \cdot l$$

$$\Delta = 17{,}6 \; ; \; \sqrt{\Delta} = 4{,}13$$

$$x_1 = 5{,}67 \qquad x_2 = 1{,}45$$

Zbyt duża wartość, nawet biorąc pod uwagę opór tarcia

$$V_B = \dot{x}(t_1) = 8{,}09 \simeq 8{,}1 \ \frac{m}{s}$$

5 krok

Zaznaczamy na rysunku wektor VB i przechodzimy do analizy drugiej fazy ruchu.
Pamiętając o uwzględnieniu zwrotów wektorów siły (sił jeśli oddziałuje ich więcej).

$$m\ddot{x} = 0 \qquad\qquad m\ddot{y} = G$$

$$\ddot{x} = 0 \quad /\int dt \qquad\qquad \ddot{y} = g \quad /\int dt$$

$$\dot{x} = D_1 \quad /\int dt \qquad\qquad \dot{y} = gt + D_3 \quad /\int dt$$

$$x = D_1 \cdot t + D_2 \qquad\qquad y = g\frac{t^2}{2} + \quad - \quad + D_4$$

W drugiej fazie ruchu czas ponownie odliczamy od 0.
Zatem z warunków początkowych:

dla $t_0 =$

$$x_0 = 0 \qquad\qquad y_0 = 0$$

$$\dot{x}_0 = \quad {}_B \qquad\qquad \dot{y}_0 = 0$$

$$D_1 = V_B \qquad\qquad D_3 = 0$$

$$D_2 = 0 \qquad\qquad D_4 = 0$$

$$\dot{x} = V_B \qquad\qquad \dot{y} = g \cdot t$$

$$x = V_B \cdot t \qquad\qquad y = g\frac{t^2}{2}$$

$$x(t_c) = +d \qquad\qquad y(t_c) = +h$$

ponieważ leży na dodatniej połowie osi x

ponieważ leży na dodatniej połowie osi y

$$h = g\frac{t_c^2}{2} \qquad\qquad t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9{,}81}} \approx 2\ s$$

$$d = x(t_c)$$

$$d = V_B \cdot t_c$$

$$d = 8{,}1 \cdot 2 = \underline{16{,}2\ m}$$

$$V_c = \sqrt{V_{cx}^2 + V_{cy}^2}$$

$$V_{cx} = \dot{x}(t_c) = V_B = 8{,}1\ \frac{m}{s}$$

$$V_{cy} = \dot{y}(t_c) = 9{,}81 \cdot 2 = 19{,}62$$

$$V_c = 21{,}22\ \frac{m}{s}$$

Odpowiedź:
d=16,2 m
Vc=21,22 m/s